

منطق ریاضی رفع اشکال و حل تمرین

مثلاً: $p \models q$ نشان دهنده آن است که p را می توان با استفاده از تراز پیوند شرطی نوشت.
 به بیان دیگر: هیچ فرمولی که تنها p را برساند وجود ندارد که بعد از q باشد.

نکته: این سطر تراز این است که خواسته کردیم $p \models q$ به تنهایی بنده نیست.

۱. ۲. با هر صفتی، $\alpha \models \beta$ به گونه ای که $\alpha, \beta \in FORM$ و $\alpha \models \beta$ و هر دو داشته باشند که $\alpha \models \beta$

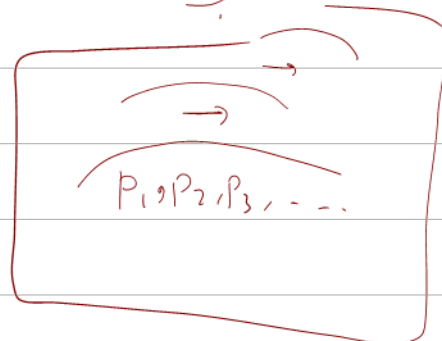
$p \models q \equiv \alpha \models \beta$ بعد از

$FORM \rightarrow \subseteq FORM$
 محاسبه می کنیم که آیا تراز پیوند شرطی در این ظاهر است.

$FORM \rightarrow$

نکته: خود محاسبه استوار است.

p	q	$p \models q$	$\alpha \models \beta$	$\beta_1 \models \beta_2$
T	T	T		
T	F	F	T F F	F
F	T	F	T F F	F
F	F	T		



به ازای $\alpha \in FORM$ ، تعداد گزاره پیوندهای شرطی ظاهر شده در α را با $C(\alpha)$ نمایش دهیم.

دوگان (*) : α در جایی که ارزش p و q با هم متفاوت است ارزش صحت دارد.

$$\begin{cases} C : FORM \rightarrow \mathbb{N} \\ \alpha \mapsto C(\alpha) \end{cases}$$

$$A := \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \exists \varphi \in \text{FORM} \rightarrow \begin{array}{l} \text{وجود دارد که } \varphi \text{ دارای ویژگی } (*) \\ C(\varphi) = n \text{ است و علاوه} \end{array} \right\} \subseteq \mathbb{N}$$

برای هر فرض خلف و بر سر بالا نیستم اگریم که $C(\beta) \in A$

$$\Rightarrow \boxed{A \neq \emptyset}$$

با بر اصل خوشه‌تبی، اعداد طبیعی، A دارای کوچکترین عضو باشد n_0 است.

فرض کنیم β_0 فرض تناظر n_0 باشد، یعنی $C(\beta_0) = n_0$.

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\beta_0 \equiv \beta_1 \rightarrow \beta_2$
T	T	T	
T	F	F	F T F
F	T	F	F T F
F	F	T	

فرض کنیم $\beta_0 \neq p$

$\beta_0 \neq q$

از آنجا که $\beta_0 \in \text{FORM}$ باید پس $\beta_1 \rightarrow \beta_2$ باشد.

بنابراین β_2 نیز دارای ویژگی (*) است.

$$C(\beta_0) = C(\beta_1) + C(\beta_2) + 1$$

از طرفی $\beta_2 \in \text{FORM}$



$$C(\beta_2) \leq C(\beta_0) - 1$$

از طرف دیگر:

$$C(\beta_0) = n_0$$

$$C(\beta_2) \in A$$



این نکته با $n_0 = \min A$ در تناقض است.

پس فرض خلف باطل است، حکم اثبات برقرار است.

سند ۲. نشان دهنده که $p \wedge q$ را می توان با استفاده از گزاره سیند سطحی نوشت.

p	q	$p \wedge q$	$\alpha \rightarrow \beta$
T	T	T	
T	F	F	T F F
F	T	F	T F F
F	F	F	

استدلالی بسبب استدلال سند ۱
هر زمان سند ۱ را نیز ارجع کرد.

$C(p)=0$ $C(p)=1$ $C(p)=2$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	--
T	T	T	T	
T	F	F	T	
F	T	T	F	
F	F	T	T	

$$\neg \rightarrow (\neg \rightarrow \neg) \quad 2^3 \times 2 = 2^4$$

$$\boxed{p \rightarrow (p \rightarrow p)}^T$$

$$(p \rightarrow p) \rightarrow p \equiv p$$

$$\boxed{q \rightarrow (q \rightarrow q)}^T$$

$$(q \rightarrow q) \rightarrow q \equiv q$$

$$\boxed{p \rightarrow (p \rightarrow q)}^T$$

$$(p \rightarrow p) \rightarrow q \equiv q$$

$$\boxed{p \rightarrow (q \rightarrow p)}^T$$

$$\boxed{q \rightarrow (p \rightarrow q)}^T$$

$$\boxed{q \rightarrow (q \rightarrow p)}^T$$

$$(q \rightarrow q) \rightarrow p \equiv p$$

$$\boxed{(p \rightarrow q) \rightarrow p}^T$$

$$\boxed{q \rightarrow (p \rightarrow p)}^T$$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow q$$

$$\boxed{p \rightarrow (q \rightarrow q)}^T$$

$$\boxed{(q \rightarrow p) \rightarrow q} \equiv q$$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

$(p \rightarrow q) \rightarrow p$
T
T
F
F

α_1
$\boxed{(p \rightarrow q) \rightarrow q}$
T
T
T
F

$(q \rightarrow p) \rightarrow q$
T
F
T
F

α_2
$\boxed{(q \rightarrow p) \rightarrow p}$
T
T
T
F

حالا برین فرمولها FORM که شما مثال دو گزاره سیند سند

$$\boxed{(p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv p \vee q}$$

$$(q \rightarrow p) \rightarrow p \equiv$$

شما دو فرمول جدید وجود دار

دترابها را p, q

سند $\rightarrow$ آیا ممکن است کرد که فرمولها سه حالت $\rightarrow$ از جایی به بعد تکرار هست

(هر فرمول که ترکیب شده با فرمول در رل قبل معادلات)

$p \quad q \quad \neg p \quad \neg q \quad p \vee q \quad p \wedge q \quad p \rightarrow q \quad p \leftrightarrow q \quad \dots$

$$p \rightarrow \perp \equiv \neg p$$

p	q	$p \wedge q$	$\alpha \rightarrow \beta$	α	β
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	T
F	F	F	T	F	F

(۱) اگر در وسط اول جدول α ارزش درست داشته باشد

Form $\rightarrow$ را فرمول از $\alpha \rightarrow \beta$ $\neg$ $p \wedge q \equiv \beta$

با کمترین تعداد تکرار میونه در خط گزینیم که معادل $p \wedge q$ است

β باید ارزش درست داشته باشد پس، عدله

اگر در وسط اول جدول α ارزش غلط داشته باشد

آنجا β ممکن T یا F باشد

(۲) در صورتی که β T باشد آنجا میبریم $\neg$ $p \wedge q \equiv \beta$

(۳) پس تنها حالت باقی مانده است که در وسط اول جدول

β ارزش F داشته باشد

در این صورت β کب آنجا میبریم خواهد بود

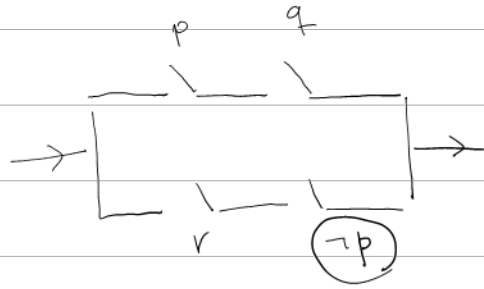
این سمت، قرار دهیم $p \rightarrow \beta$

$$\neg p \equiv \neg p$$

در یک جمع نه $\rightarrow$ فرض صفت این بود که همان با فرمول سه حالت $p \wedge q$ راست $\rightarrow$ حالت (۳) است که درین فروض نتایج که معادل $\neg p$ است

طین کریدار کے ساتھ کر رہی
 → پیرس دل اے
 ↓ ہے

23



$$\begin{aligned} & ((p \wedge q) \vee r) \wedge (p \wedge \neg q) \vee \neg p \\ & \equiv (p \wedge r) \wedge (q \vee \neg p) \\ & \equiv (q \vee \neg p) \end{aligned}$$

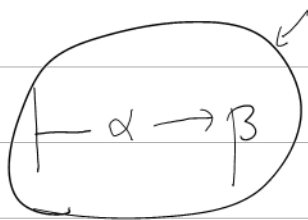
$$\begin{aligned} & (p \vee r) \wedge (q \vee r) \wedge (q \vee \neg p) \\ & (p \vee r) \wedge (q \vee (r \wedge \neg p)) \end{aligned}$$

$$((p \wedge q) \vee r) \wedge (p \vee \neg q)$$

$$\begin{aligned} & (p \wedge q) \vee (r \wedge \neg p) \quad (q \vee (r \wedge \neg p)) \\ & (p \vee r) \wedge (q \vee r) \wedge (q \vee \neg p) \\ & \equiv (p \vee (r \wedge \neg q)) \wedge (q \vee (r \wedge \neg q)) \\ & \equiv (p \vee r) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (q \vee r) \wedge (q \vee \neg q) \\ & \equiv q \vee r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \equiv (p \vee r) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (q \vee r) \\ & \equiv (p \vee r) \wedge ((p \vee \neg q) \wedge q) \vee ((p \vee \neg q) \wedge r) \\ & \quad (p \wedge q) \vee (\neg q \wedge q) \\ & \quad \text{آتشلیک} \\ & \equiv p \wedge q \end{aligned}$$

$$\equiv (p \vee r) \wedge ((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \wedge r)$$



$$\alpha \vdash \beta$$

فرضہ استیج
 ↓

اصول بر مبنیہ + کوکریڈ

1
2
⋮

$\alpha \rightarrow \beta$
 فہمہ اس منطق کر رہی
 اصول بر مبنیہ +
 قاعدہ MP

$$\vdash \alpha \rightarrow \beta$$

$$\alpha \rightarrow \beta$$