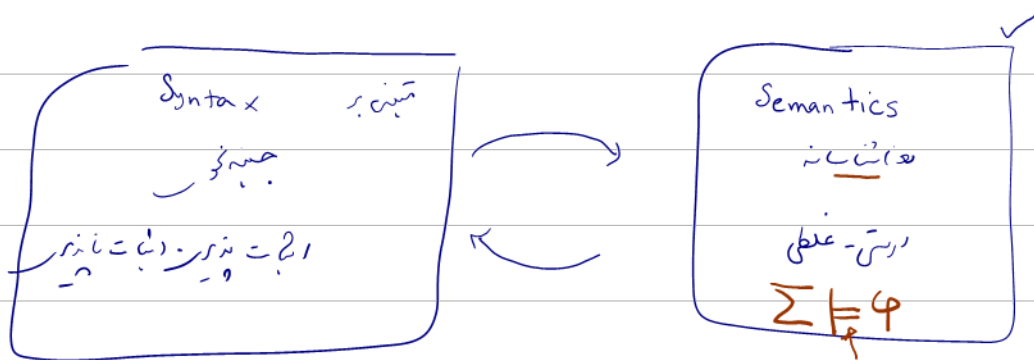
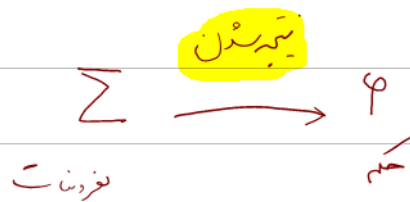


منطق ریاضی

جلد ۳

Language (زبان)



• زبان :

گزاره‌ها (پروپوزیشن) $P_1, P_2, P_3, \dots$

گزاره پیوندهای منطقی $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

مارها (متغیرها) $(,)$

• فرمول درست است

(به شکل استوایی)

جدول ارزش

$\neg p$

$p \wedge q$

$(p \vee q) \rightarrow r \dots$

• مجموعه اربنده از گزاره پیوندها $\{ \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \}$

• توکل و آنالیز

(الف) ^{استهلال یا استنباط} اگر Σ مجموعه از فرمول‌ها باشد و β فرمول خوش‌ختی (ادسور)...

مگیریم β نتیجه منطقی Σ است و آنرا با $\Sigma \models \beta$ می‌نویسیم

هرگاه، هر تریزیر ارزش که همه فرمول‌ها موجود در Σ را به شکل حزن ارزش درست بدهد، β نیز ارزش درست بدهد.

$$\Sigma = \{\alpha\} \text{ حالت خاص}, \quad \alpha \models \beta, \quad \{\alpha\} \models \beta$$

$$\alpha_1, \dots, \alpha_n \models \beta \quad \frac{}{\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\} \models \beta}$$

اجرا نموده Σ از فرمول‌ها سازگار می‌نامیم هرگاه یک تریزیر ارزش وجود داشته باشد (گزاره) (consistent) مدائن

که به همه فرمول‌های Σ ارزش درست بدهد

(ج) فرمول‌های α و β را منطقیاً معادل می‌نامیم هرگاه $\alpha \leftrightarrow \beta$ یک تریزیر باشد. (logically equivalent) باید $\alpha \equiv \beta$ نیز نشان داده شود.

مثال: $\underbrace{p \vee p \rightarrow q}_{\text{است}} \models q$ ؟

پس q نتیجه منطقی $\{p \vee p \rightarrow q\}$

	p	q	$p \rightarrow q$
→	T	T	T
	T	F	F
	F	T	T
	F	F	T

$$\Sigma = \{p \wedge q, p \leftrightarrow q\}$$

آیا Σ مجموعه سازگار است؟

$$\Sigma = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots\}$$

مکتبہ سنی فاؤنڈیشن

2) $p \rightarrow q \equiv p \vee \neg q$, $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

تذکرہ: اگر α, β توکلور باشند، آنگاہ β نیز توکلور است.

$$\begin{array}{ccccccc} \overbrace{\quad\quad\quad}^{\text{true}} & \swarrow & & & & & \\ [& &] (& \dots\dots\dots) & \beta & \alpha & \boxed{\alpha \rightarrow \beta} \\ & & x_1 \dots x_n & & F & T & \textcircled{F} \\ & & x_i \in \{T, F\} & & & & \end{array}$$

ایدهء اجابت :

$$\underbrace{p_1, p_2, \dots, p_m}_{\beta, \text{ lin}} \rightarrow \underbrace{p_{m+1}, \dots, p_{m+k}}_{\alpha, \text{ lin}} \rightarrow \underbrace{p_{m+k+1}, \dots, p_n}_{\beta, \alpha, \beta}$$

بهرمن خنت ۱۰. فرقی که نه از سر (توزیع از سر) به کل

$$\bar{v} = (\underbrace{v_1, v_2, \dots, v_m, v_{m+k_1}, \dots, v_n}_{l(n-k)})$$

$$v_i \in V = \{T, F\}$$

که با اذعان β از β غرض احتیاج نمی‌کند.

$p_1, \dots, p_n$ فرضیه

$$\underbrace{(p_2 \vee (\neg p_1 \rightarrow p_4))}_{\alpha} \rightarrow \underbrace{(p_3 \wedge p_1)}_{\beta}$$

$$\underbrace{p_1, p_2, p_4}_{\alpha} \quad \underbrace{p_3}_{\beta}$$

→ $\begin{array}{c|c|c|c} p_1 & p_2' & p_3' & p_4' \\ \hline p_3 & p_2 & p_4 & p_1 \end{array}$

$$\frac{\alpha}{(p'_2 \vee (\neg p'_4 \rightarrow p'_3))} \rightarrow \frac{\beta}{(p'_1 \wedge p'_4)}$$

$$(p_2 \vee (\neg p_4 \rightarrow p_3)) \rightarrow (p_1 \wedge p_4)$$

$$\boxed{\begin{array}{c|c|c} p_1 & p_2, p_3 & p_4 \\ \hline \beta & \alpha & \alpha, \beta \end{array}}$$

حال، ارزش هر حقیقه را به شکل زیر از دسترس قرار می‌دهیم:

$$\overline{\omega} = (v_1, v_2, \dots, v_m, \underbrace{T, \dots, T}_{k}, v_{m+k+1}, \dots, v_n)$$

اگر بگوییم که به جای هر یک از k مقدار امن نشده.

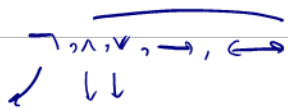
که اینجا T در نظر گرفته شد.

می‌توانیم هر ارزش در هر یک از اینها را در نظر بگیریم.

p_1	p_2	$\dots$	p_m	p_{m+1}	$\dots$	p_{m+k}	p_{m+k+1}	$\dots$	p_n	α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
v_1	v_2	$\dots$	v_m	T	$\dots$	T	v_{m+k+1}	$\dots$	v_n	T	F	(F)

پس $\alpha \rightarrow \beta$ به ازای ارزش هر $\overline{\omega}$ ارزش صحت اختیار می‌کند.

اما این سندها را می‌توانیم در β در نظر بگیریم.



$$f_1: V \rightarrow V \quad f_n: V^n \rightarrow V$$

$$f: V^n \rightarrow V$$

یا تابع

$$\{f_1, f_n, f_v\}, \{f_1, f_v\} \rightarrow \{f_*\}$$

سوال ۱: آیا تابع ارزش دو معنی وجود دارد که به تنهایی همی توابع ارزش را تشکیل دهد؟

سوال ۲: آیا f_n به تنهایی همی توابع ارزش را تشکیل دهد؟

f_v	خیر
f_n	خیر
f_v	خیر

p	q	$p \mid q$	$p \downarrow q$
T	T	F	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	T	T

توضیح ۱: $p \mid q$ ندارد را به شکل

$p \text{ NAND } q$

می‌توانیم که جدول ارزشش را

به شکل برده‌ایم:

به راحتی دیده می‌شود که $p \mid q \equiv \neg(p \wedge q)$

$$P \downarrow q \equiv \neg(p \vee q) \quad , \quad P \downarrow q \quad (5)$$

$$(P \text{ NOR } q)$$

تکرار: $NAND$ و NOR تنها تکرار پیوندهای دوتایی اند که به تنهایی پیونده هستند.

تکرار اول: $NAND$ به تنهایی پیونده است.

تکرار دوم: تکرار پیونده دوتایی که به تنهایی پیونده است یا $NAND$ یا NOR .

اینها: $NAND$ ✓
 $\left\{ \begin{array}{l} \neg, \wedge \\ \neg, \vee \\ \neg, \rightarrow \end{array} \right.$
 در تکرار اول، نشان می‌دهیم که $\neg, \wedge$ ترکیبی شوند.

p	$\neg p$	$p p$	$\neg p \equiv p p$
T	F	F	$\downarrow$
F	T	T	$\neg q \equiv q q$

p	q	$p \wedge q$	$\alpha \equiv (p q) (p q)$	نتیجه
T	T	T	T	
T	F	F	F	
F	T	F	F	
F	F	F	F	

$(p | q) | (p | q) \equiv p \wedge q$

$$p | q \equiv \neg(p \wedge q) \Rightarrow \neg(p | q) \equiv \neg \neg(p \wedge q) = p \wedge q$$

p	q	$p * q$	$p q$	$p \downarrow q$
T	T	F	F	F
T	F	T	T	F
F	T	T	T	F
F	F	T	T	T

در تکرار دوم، فرض کنیم $*$ تکرار پیونده دوتایی است که به تنهایی پیونده است.

نشان می‌دهیم که $*$ باید یا $NAND$ یا NOR باشد.

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ p * q \\ \downarrow \\ T = T \end{array}$$

$$\neg p$$

$$\begin{array}{c} (p * p) \\ \downarrow \\ F \end{array}$$

P	P
(T)	(T)
(F)	(F)

$P * P$
F
T

$\neg P$

$P * P$



بازمان خلف: فرض کنید در سطحانی جدول * درستی را داشته باشند.

در حالت اول: F T F F
 $P * Q$ سارل $\neg Q$ خواهد بود.

در حالت دوم: F F T F
 $P * Q$ سارل $\neg P$ خواهد بود.

فرض خلف: نتیجه دهد که گزاره میزند $\neg$ به تنهایی بسته است.

0	1	2	3	4	...
(P)	($\neg P$)	$\neg(\neg P)$			
T	F	T			
F	T	F			

مثال: آیا با استفاده از $\neg$ می توان گزاره همواره درست (توتال) ساخت؟ خیر.

بر فرض خلف باطل است، $P * Q$ و $P \downarrow Q$ سارل و $P \uparrow Q$ و $P \leftrightarrow Q$ است.

