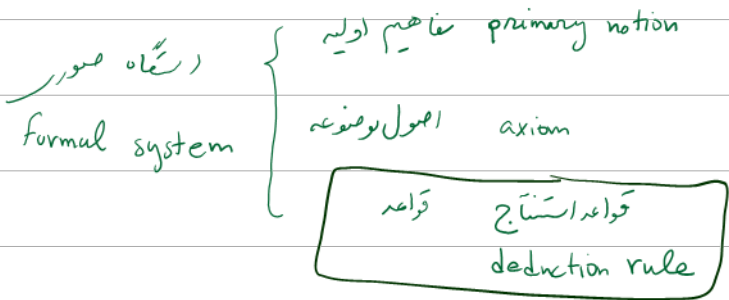


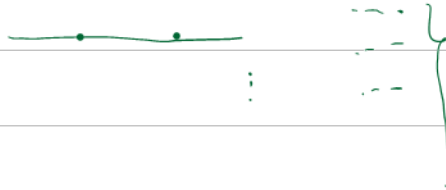
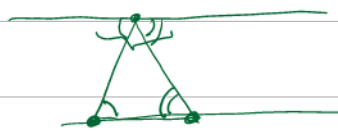
منطق ریاضی عبارت

undefined notions
(تعریف نشده)



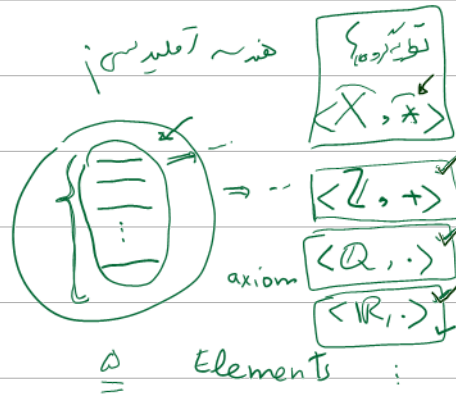
زاویه، یکای ز...
نقطه، خط، دایره، مثلث، ربع...
قرار گرفتن یک نقطه بر یک خط
یک نقطه بین دو نقطه دیگر است

نیمه صندلی
نقطه، خط، دایره، مثلث، ربع...



axiomatization

خواص عدد در یک سیستم محاسبه



۱۸-۱۹
حیثیت اصل

- منطق با مفاهیم اولیه ما
- از مفاهیم موجود در دنیای ما
- تأکید کننده همه خواص این است
- مفاهیم موجود در دنیای ما را توصیف
- ارتباط معاداری با معانی
- منطق مداره را داشته باشد
- با ساختارهای از قبل موجود
- معمول باشد

اصل بنی

استگاه استنتاجی منطق گزاره‌ها شامل از یک دستگاه صورتات

موضوع بررسی: اثبات بنی

$\varphi \in FORM$

کوتاه‌تر

- اینها زبان
- $P_1, P_2, P_3, \dots$
 - $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
 - $(,)$

(I)

- $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
- $(\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$

α
 α
 β
 $(\alpha \rightarrow \beta)$

$$(I) \begin{cases} 1) \alpha \wedge \beta \rightarrow \underline{\alpha} \checkmark \\ 2) \alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \\ 3) (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \wedge \gamma)) \end{cases}$$

$$\frac{\alpha, \beta}{\alpha \wedge \beta}$$

آنچه در بند (۳) در بالا بر ما مهم است :

[حجم اثبات پذیرات
تولید پذیرات
قضا و صحت و نمایندگی]

(II) {

(III) {

(IV) {

تذکره: هر یک از اصول موضوعه فوق می‌تواند با سایر اصول موضوعات.

اگر $\alpha, \beta \in \text{FORM}$ باشد $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$

instance نمونه از این
 $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
اصل موضوع

$$\underbrace{(p \rightarrow q)}_{\alpha} \rightarrow (\underbrace{(q \leftrightarrow r)}_{\beta} \rightarrow \underbrace{(p \rightarrow q)}_{\alpha})$$

تولید: یک نمونه از یک اصل موضوعه، حاصل جایگذاری یکسانیت در هر یک از فرمول‌ها که هر یک از آن اصل موضوعه است.
uniform

...

...

...

$$\frac{\alpha \quad \alpha \rightarrow \beta}{\beta}$$

$$\frac{\alpha, \alpha \rightarrow \beta}{\beta}$$

قاعده استنتاج:

Modus Ponens (MP)

قاعده وضع تقدم

استدلال (استدلال)

استدلال

استدلال

سلف

خلف

(1)

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

تولید: یک دنباله متناهی از فرمول‌ها خوش‌حالت باشد

و یک اثبات (یا یک دنباله اثبات) می‌نامیم هرگاه α_i ها درستی از شرایط زیر صدق کند:

(1) α_i نمونه از یک اصل موضوعه باشد

(2) α_i از فرمول‌های قبلی دنباله با استفاده از

قاعده وضع تقدم است.

(Theorem) $\alpha \in \text{FORM}$ یک قضیه (از منطق گزاره) می‌نامیم هرگاه

(3) α قابل قبول $\alpha \in \text{FORM}$ یک قضیه (از منطق گزاره) می‌نامیم هرگاه

$\vdash \alpha$

اثباتی به شکل $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ به نحوی وجود داشته باشد که $\alpha_n \vdash \alpha$

(۴) اگر $\Sigma \subseteq FORM$ ، آنگاه «اثباتی متبنی بر مفروضات Σ ، دنباله‌ای است شامل مانه

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \Rightarrow \alpha$$

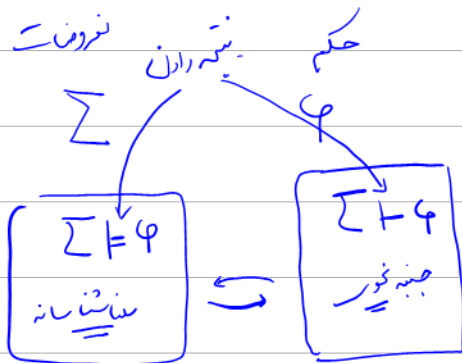
که هر یک از α_i نمونه‌ای از اصول بر منطبق هستند

(۲) از فرمول‌ها قبلی دنباله بلا استفاده از MP است آمده‌اند.

(۳) معنوی از Σ باشند. $(\alpha_i \vdash \Sigma)$

در این صورت، می‌توانیم $\Sigma \vdash \alpha_n$ و می‌گوییم Σ ، فرمول α_n را اثبات می‌کند.

$$\Sigma \vdash \alpha$$



تکثیر. اگر اثبات هر یک $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

نیمه‌ای‌ها: $\vdash \alpha_n$. بعداً به هر $n \leq i \leq m$ خواهیم داشت $\vdash \alpha_i$.

بر بیان دیگر، هر بخش آغازین از یک اثبات، خود یک اثبات است.

بار (initial segment)

بویژه اگر α نمونه‌ای از یک اصل موضوع باشد. خود α یک اثبات یک عضو است

$$(\vdash \alpha) \quad \alpha \text{ اثبات است.}$$

$$\vdash \alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \wedge \alpha$$

مثلاً: آیا $\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \wedge \alpha$ قضایای منطق گزاره‌ای است؟

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$$

$$\alpha_1 \quad 1. \alpha \wedge \beta \rightarrow \alpha \quad (I1)$$

$$\alpha_2 \quad 2. \alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \quad (I2) \quad \rightarrow \beta \wedge \alpha$$

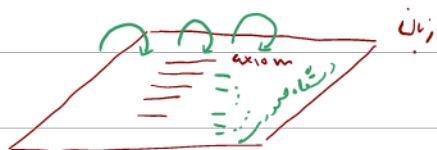
$$\alpha_3 \quad 3. \underbrace{(\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta)}_{\alpha'} \rightarrow ((\alpha \wedge \beta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \wedge \alpha)) \quad (I3) \quad \beta'$$

$$\alpha_4 \quad 4. \underbrace{(\alpha \wedge \beta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \wedge \alpha)}_{\beta'} \quad 2, 3, MP$$

$$\alpha_5 \quad 5. \boxed{\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \wedge \alpha}$$

1, 4, MP.

فازین



البرزبان

$\alpha \in \text{Form}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma_{mp} = \{ \alpha, \alpha \rightarrow \beta \} \\ \Sigma_{mp} \vdash \beta \end{array} \right.$$

$$\alpha, \alpha \rightarrow \beta \vdash \beta$$

