

منطق‌های غیر کلاسیک

جمله ۴

Modal Logic

منطق جهت

موجبات

زیر
mode
 $\square \varphi$: ضروری است که φ
 $\Diamond \varphi$: ممکن است φ

عامل a ، گزاره φ را می‌داند : $\square_a \varphi$
 :

agent
دانستن‌یدِ عامل

من می‌دانم که بانک ملی در روز سه‌شنبه تعطیل است.

p منطق گزاره

در روز
 من می‌دانم که تعطیل است
 $T(a, y)$:
 b : بانک ملی
 c : روز سه‌شنبه
 $T(b, c)$
 منطق رابطه اول

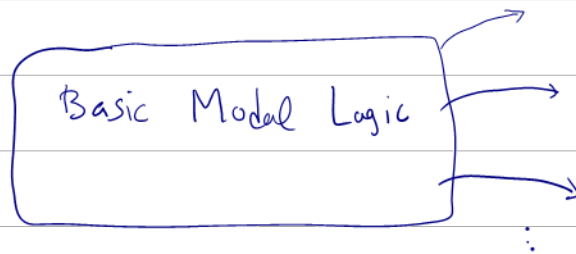
باید و نباید

ضروری یا ممکن بودن

q : هر محکوم‌شدنی باید قوانین راهنمایی و رانندگی را رعایت کند.

زبان منطق جهت

Semantics $\longleftrightarrow$ Syntax



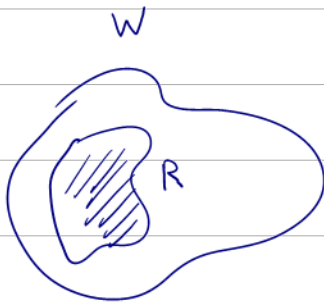
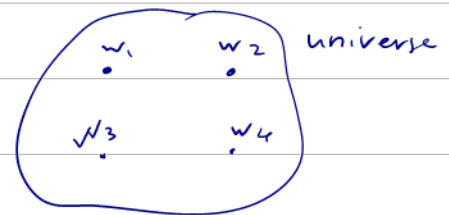
relational structure

تعریف: یک ساختار رابطه‌ای مجموعه‌ای است مانند $\mathcal{F} = \langle W, \{R_i\}_{i \in I} \rangle$

که W مجموعه دنیاهای ممکن است و R_i ها روابطی در مجموعه W (در حالت کلی I می‌تواند فاصله‌های بیشتر) $(|I| > 1)$

W را عالم ممکن $\mathcal{F}$ می‌نامیم.
universe

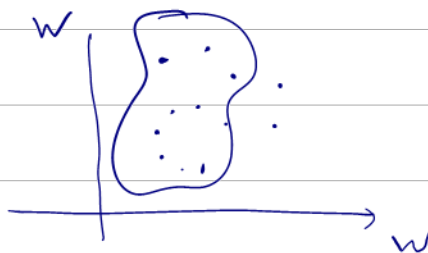
اعضای W را به فراخور پیش زمینه کتب نقاط، رؤس، جهان‌ها، وضعیت‌ها، حالات، موقعیت‌ها، زمان‌ها، کلمات، ... می‌نامیم. (worlds)



$$R \subseteq W \quad \text{کدام بعضی}$$

باید مقرر

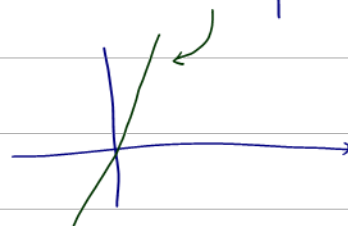
$$R \subseteq W^2 = W \times W \quad \text{در بعضی}$$



$$(a, b) \in R, \quad aRb, \quad \underline{\underline{Rab}}$$

$$W = \mathbb{R}$$

$$R = \{ (a, b) \mid b = 2a \} \subseteq W^2$$

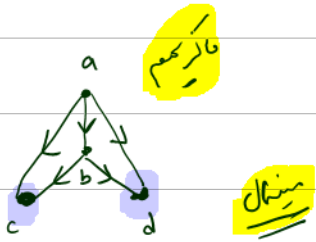


$$F = \langle W, R \rangle$$

در موضوع

مثال: ترتیب‌های جزئی اکید
strict partial order

$$\begin{cases} \theta_1 \equiv \forall x \neg Rxx & \text{غیر بازتابی} \\ \theta_2 \equiv \forall x \forall y (Rxy \rightarrow \neg Ryx) & \text{پادقارنی} \\ \theta_3 \equiv \forall x \forall y \forall z (Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz) & \text{تعدی} \end{cases}$$



$$W = \{a, b, c, d\}$$

$$R \subseteq W^2$$

$$\theta_1, \theta_3 \models \theta_2$$

$$R(m, y) \wedge R(y, n) \xrightarrow{\text{تعدی}} R(m, n)$$

غیر بازتابی



strict linear order

ترتیب خطی اکید
تام

total

$$\theta_4 \equiv \forall x \forall y (x \neq y \rightarrow (Rxy \vee Ryx))$$

$$\langle \mathbb{N}, < \rangle, \langle \mathbb{Z}, < \rangle, \langle \mathbb{Q}, < \rangle, \langle \mathbb{R}, < \rangle$$

مثال:

تعدی

اگر $R \subseteq W^2$ یک ترتیب جزئی اکید باشد می‌توانیم رابطه را به شکل زیر در W تعریف کنیم

$$R' = R \cup \{ (x, x) \mid x \in W \} \subseteq W^2$$

ترتیب جزئی
partial order

$$\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$$

تعریف ۱: در یک ترتیب جزئی مانند R روی مجموعه W :

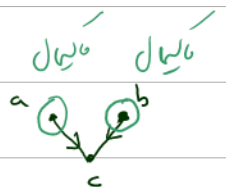
(۱) عنصر $a \in W$ را کبالت می‌نامیم حتماً هیچ عنصری مانند $x \in W$ یافت نشود که

$$\neg \exists x R(a, x)$$

رابطه‌ها این فرمول در باره a برقرار باشد.

(۲) عنصر $a \in W$ را ماکسیم می‌نامیم حتماً به ازای هر $x \in W$ که $x \neq a$ است Rxa برقرار باشد.

$$\forall x (x \neq a \rightarrow R(x, a))$$



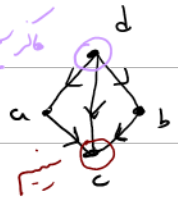
$$\neg R(b, a)$$

عنصر ماکسیمال است اما عنصر ماکسیم نیست.

$$\begin{aligned} R(c, a) \\ R(b, a) \end{aligned}$$

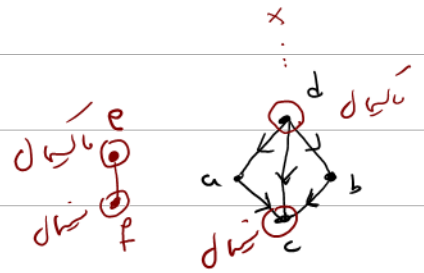
مانعیم بین ماکسیمال بودن را نتیجه ندهد.

سینم بودن سینال " " " " " "



(۳) $a \in W$ را عنصر سینال گویند هرگاه ...

(۴) $a \in W$ را به سینم گویند هرگاه ...



سامانه های گذار بر حسب دار

Labeled Transition Systems

LTS

و به شکل مختصر، سامانه گذار.

تعریف: یک ساختار رابطه ای به شکل زیر را یک سامانه گذار بر حسب دار می نامیم:

$$\langle W, \{R_a\}_{a \in A} \rangle$$

$$W \neq \emptyset$$

مجموعه حالات یا وضعیت (states)

$$A \neq \emptyset$$

مجموعه اشیاء یا برچسب ها (labels)

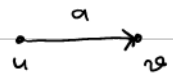
به نموده به از هر $a \in A$ رابطه R_a یک رابطه دو تایی است.

استغای بیگر

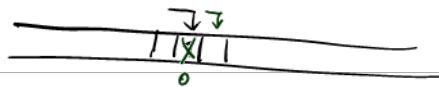
W : مجموعه حالات دستگاه

A : مجموعه اشیاء

زمانی که یک اجرا از برنامه a موجود است $(u, v) \in R_a$: $a \in A$ ،
که حالت دستگاه را از u به v تغییر دهد.

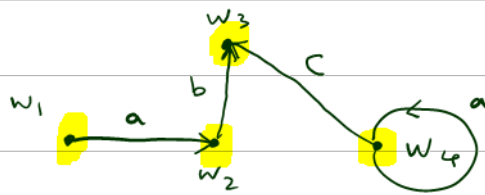


Turing Machine $M = \langle \overset{\text{alphabet}}{\Sigma}, \overset{\text{states}}{Q}, \overset{\text{transition function}}{\delta}, \{L, R\} \rangle$
 $\Sigma = \{0, 1\}$



$$q_1 1 \circ R q_2$$

سؤال ۱



$$W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$$

$$A = \{a, b, c\}$$

$$R_a = \{(w_1, w_2), (w_4, w_4)\} \subseteq W^2$$

$$R_b = \{(w_2, w_3)\} \quad R_b: \{w_2\} \rightarrow W$$

$$w_2 \mapsto w_3$$

$$R_c = \{(w_4, w_3)\}$$

partial function

تویند ۱. اگر به ازای هر $a \in A$ رابطه R_a یک تابع جزئی باشد،

$$f = \langle W, \{R_a\}_{a \in A} \rangle$$

deterministic

(در این صورت) f را غیر تعین می‌نامیم.

deterministic transition system {
تعیین
حالت گذار
تعیین

non-deterministic

غیر تعین

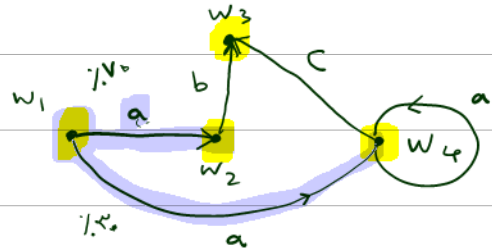
تابع جزئی نیست

$$R_a: \{w_1, w_4\} \rightarrow W$$

$$w_1 \mapsto w_2$$

$$w_4 \mapsto w_4$$

غیر تعین



w_1, a



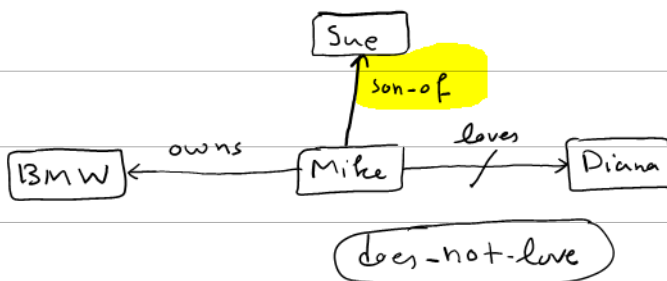
Knowledge Representation

سؤال ۲

بارهای دانش

موضوع اصلی در بارهای دانش، **ایجاد**، **جستجو** و **ارتباط** بین اجزای دیگر است.

دنیایی که از این روابط می‌توان استخراج کرد.



Mike, Dia

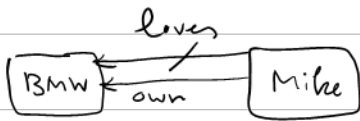
$$(Mike, BMW) \notin R_e$$

نتایج یارمولات: ① خانم Sne فرزند دارد.

② بقیه افراد نابینا شده شخص نیست که بچه داشته باشند.

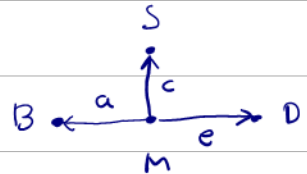
③ آیا مایک به نام خود را دوست دارد؟ بله
 ④ " " " " Sne " " " " ؟ نه

در غیر این صورت باید یالی به شکل



$$W = \{B, M, S, D\}$$

$$A = \{a, c, e\}$$



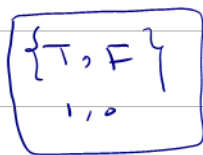
مایک به نام : $R_a = \{(M, B)\}$

مایک به Sne : $R_c = \{(M, S)\}$

مایک به خود : $R_e = \{(M, D)\}$

classical logic

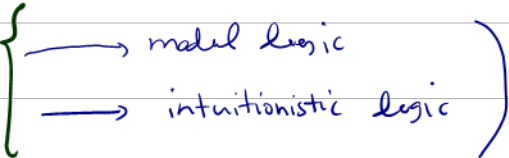
Non-classical logic



حفظ

سیر با

از بیرون



$$R \subseteq W^2$$

$$\{(x, y) \in R : Rxy\}$$

$$\{(x, y) \notin R : \neg Rxy\}$$

Fuzzy logic $[0, 1]$ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$