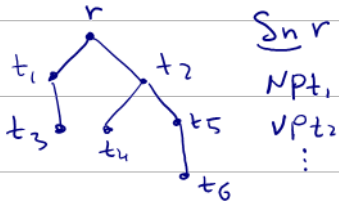


منطق های غیر کلاسیک

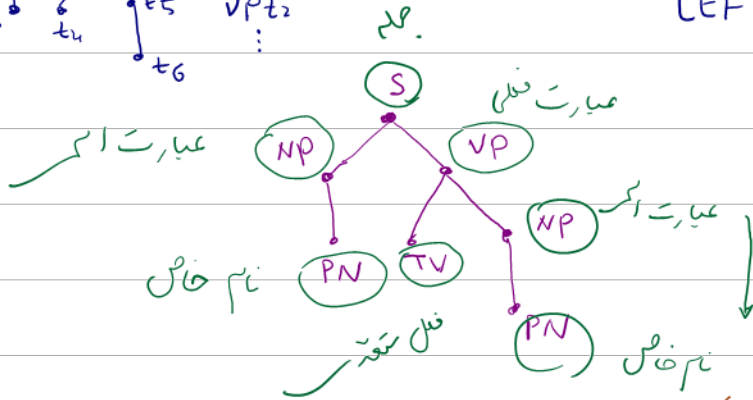
جبهه ۵

$Srt_1, Srt_2, \dots$



LEFT-OF (NP, VP), $S_n, NP, VP, \dots$

مسئله



درخت ها متناهی
(جزء زبان تناسلی)

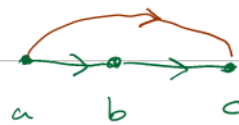
توابع $R \subseteq W^2$, $W \neq \emptyset$ فرض کنید. R^+ را این صورت کسین مجموع متعدی مثال R را به متعدی R می نامیم و آنرا R^+ می نامیم.

(transitive closure)

$$R^+ := \bigcap \left\{ R' \subseteq W^2 \mid R \subseteq R' \text{ و } R' \text{ متعدی باشد} \right\}$$

$\{R', R''\} \dots$

$R' \cap R'' \cap R''' \cap \dots$



$W = \{a, b, c\}$

$\bigcap R'$

$R' \subseteq W^2$
 $R \subseteq R'$
متعدی R'

$R = \{(a, b), (b, c)\}$

$R \subseteq \{(a, b), (b, c), (a, c)\} = R^+$

$R \subseteq R'' \subseteq R' = \{(a, b), (b, c), (a, c), (a, a)\}$

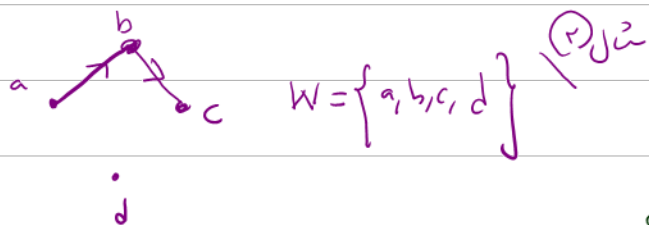
متعدی

$R \subseteq W^2$, $W \neq \emptyset$ (F) ، ستاره‌ای‌ترین R را R^* می‌نامند که کوچکترین رابطه دوتایی در R است (reflexive closure)

W است که شامل R است و معادله انعکاس نیز هست:

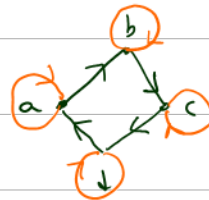
$$R^* := \bigcap \{ R' \subseteq W^2 \mid R \subseteq R' \text{ و } R' \text{ انعکاس است} \}$$

(*) R' روی W بازتابی، لازم نیست شامل همه (a,a) ها که $a \in W$ است باشد.



$$R = \{(a, b), (b, c)\}$$

$$\Rightarrow R^* = R \cup \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$$

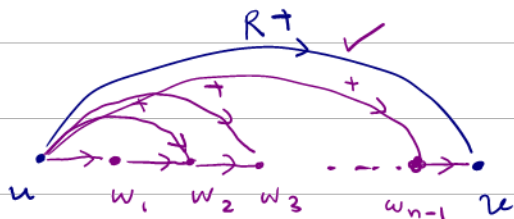


$$R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, a)\}$$

$$R^* = R \cup \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$$

تذکره: برای $R \subseteq W^2$ و $u, v \in W$ داریم

$$R^+_{uv} \Leftrightarrow \exists w_1, w_2, \dots, w_n \in W \left(\wedge_{i=1}^n w_i = u \wedge \wedge_{i=1}^n R_{w_i, w_{i+1}} \wedge w_n = v \right)$$



$$R^+_{uw_2} \wedge R_{w_2w_3} \rightarrow R^+_{uw_3}$$

به بیان ساده‌تر: u تحت R^+ به v در رابطه قرار می‌گیرد اگر و تنها اگر سیر ساده‌ای در R موجود باشد که u را به v وصل کند.

ریشه (root) $(T \neq \emptyset, S \subseteq T^2)$ $T = \langle T, S \rangle$ (early T, calligraphic T)

تعریف: یک درخت

$$S^+_{rr}$$



(۱) T مجموعه ریشه‌ها که C دل‌خواه ریشه‌ها T است که $r \in T$ که اگر r ریشه T است

همیشه به نحوی به از $t \in T$ داشته باشیم

$$S^+_{rt} \text{ (بسیار مفید)}$$

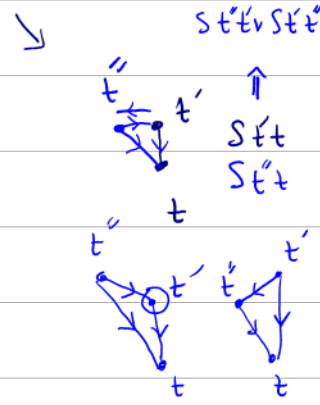
$$r \neq t \quad S^+_{rt} \Rightarrow S_{rt}$$

$(r, r) = (t, t)$

S - predecessor

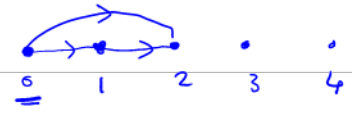
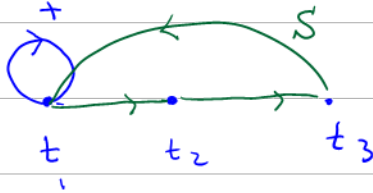
(۲) هر عنصر به از r در T یک عنصر قبلی S - پیش

تعدد (تعدد) داریم یعنی به ازای هر $t \neq t'$ یک عنصر $t \in T$ وجود دارد که $S t' t$.



(S) غیر دوری است. یعنی به ازای هر $t \in T$ داریم $\neg S t t$.
acyclic
(چون S غیر بازتابی است)

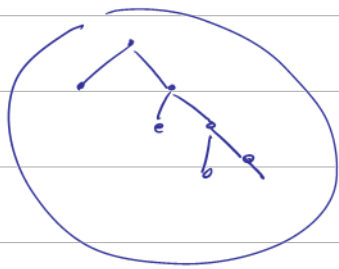
~~$\neg S^* t t$~~



$$T, S \quad S \subseteq T^2$$

$$\underline{S^* t t} \quad t \in T \text{ به ازای هر}$$

تعریف: یک ساختار را می‌گویند از این دست که از این دست است که یک درخت است به این معنی که ساختار tree-like شبیه به درخت می‌باشد.



$$\langle T, S, R_1, R_2, R_3, R_4, \dots \rangle$$

ساختار arrow structures

یکان ساختارها

ساختارهایی با هدف برابری روابط (مجموعه دار، ...)

$$\langle W, \{R_a\}_{a \in A} \rangle$$

$$\underline{R_a \subseteq W^2}$$

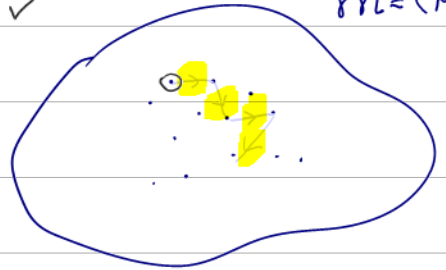
$$\forall x \exists y \dots$$

رابطه

$$M = \langle M, R \rangle$$

$$\forall x \boxed{R(x, x)}$$

$$\forall x \exists y R(x, y)$$



یکان تفاوت بر روی ساختارها این است که خود یکان ها به عنوان اشیاء ساختار مورد بررسی در نظر گرفته می‌شوند.

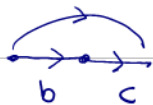
$$\underline{R}$$

① ترکیب مکان ها

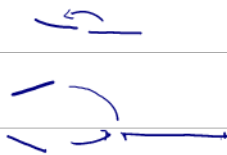
$\rightarrow C_{abc} :$

a حاصل ترکیب

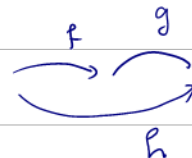
مکان ها را به هم وصل می کند.



$\forall a \exists b \dots$
مکان ها به هم وصل می کنند



② ✓



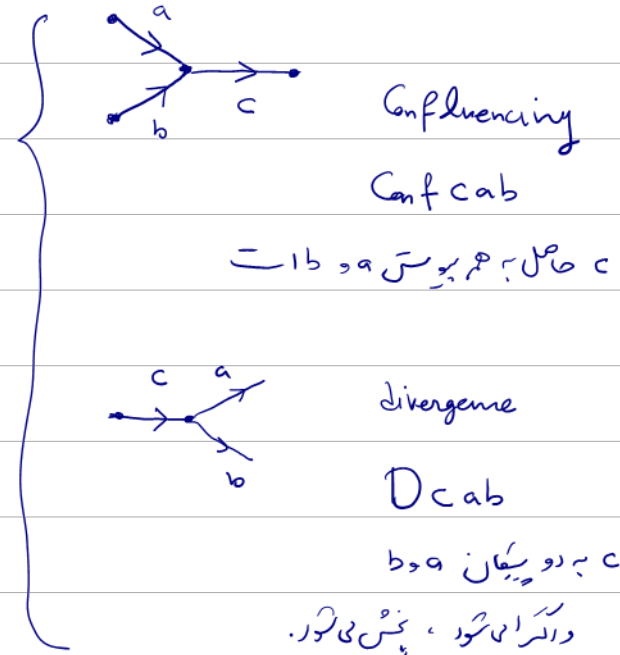
② مکان ها
مکان ها را به هم وصل می کند

R_{ab}

a و b را به هم وصل می کند.

③ مکان ها را به هم وصل می کند
identity arrows

$id_x: X \rightarrow X$
 $m \mapsto m$



$\mathcal{F} = \langle W, C, R, I \rangle$

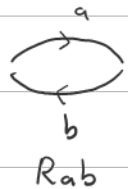
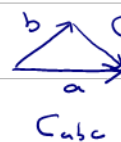
تعریف یک قاب مکانی که چهار تایی
arrow frame

$W \neq \emptyset$ جهان مکان ها را می گویند

C: ترکیب رابطه سه تایی

R: دارن رابطه دو تایی

I: همان رابطه یک تایی



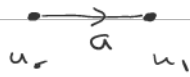
$R_{xy} \rightarrow R_{yx}$

متغیرها را در مکان ها تغییر می کنند

کمیته های حالت خاص از ساختار ها می باشند ، ساختار ها را به هم وصل می کنند

$W = U \times U$ C, R, I

U



$$a = (u_r, u_1) \in W = V \times V$$

⋮

شکل سازگارنا را میسر

زبان منطق محبت پایه

basic modal language

الفاظ

- $p_1, p_2, p_3, \dots$
- $\perp$ falsum, bottom
- $\neg, \vee$ گزاره‌پیوندها و منطق
- $\Diamond$ ممکن است
- diamond

در عمل هر استنتاج محبت به شکل استوایی تعریف می‌شود.

- (۱) هر گزاره امر یک فرمول درست است.
- (۲) $\perp$ یک فرمول است.
- (۳) اگر φ یک فرمول باشد آنگاه $\neg \varphi$ هم یک فرمول است.
- (۴) $\varphi \vee \psi$ هم یک فرمول است.
- (۵) اگر φ یک فرمول باشد آنگاه $\Diamond \varphi$ هم یک فرمول است.

فرمول φ

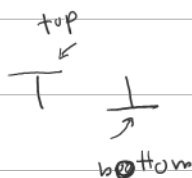
$$\varphi := \underbrace{p \mid \perp}_{\text{باید استوایی تعریف}} \mid \neg \varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \Diamond \varphi \quad \checkmark$$

تعریف ۱

box φ

$$\Box \varphi := \neg \Diamond \neg \varphi$$

$$\begin{cases} \varphi \wedge \psi := \neg (\neg \varphi \vee \neg \psi) \\ \varphi \rightarrow \psi := \neg \varphi \vee \psi \\ \varphi \leftrightarrow \psi := (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi) \end{cases}$$



$$\top := \neg \perp$$

گزاره درست

شکل
همواره

هر کجا $\perp$ را از عبارت برداریم
 $\perp := p \wedge \neg p$
و آنرا به شکل بالا تعریف کردیم

① ضرورت را بیان
possibility, necessity

◇ φ :

ممکن است که φ

$$\Box \varphi := \neg \Diamond \neg \varphi$$

اگرچه نیست که ممکن باشد $\neg \varphi$
⇔
φ ضرورتاً برقرار است

$$\Box \varphi \rightarrow \Diamond \varphi$$

$$\varphi \rightarrow \Diamond \varphi$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Box \varphi \rightarrow \varphi \\ \varphi \rightarrow \Box \Diamond \varphi \\ \Diamond \varphi \rightarrow \Box \Diamond \varphi \end{array} \right.$$

② منطق شناخت
epistemic logic
epistemology
شناخت شناسی

knowledge

K φ :

عامل مورد نظری دانسته که φ

agent

عامل مورد نظر باور دارد که φ
belief

$$\begin{array}{l} \varphi \rightarrow \theta \\ \swarrow \\ \boxed{K \varphi \rightarrow \varphi} \\ \varphi \rightarrow K \varphi \end{array}$$

③ منطق اثبات
provability logic

نظریه اعداد مرتبه اول یا نحوه حساب

□ φ : φ اثبات پذیر است (در یک نظریه محوری معین)

$$\left. \begin{array}{l} K \varphi \rightarrow K K \varphi \\ \neg K \varphi \rightarrow K(\neg K \varphi) \end{array} \right\}$$

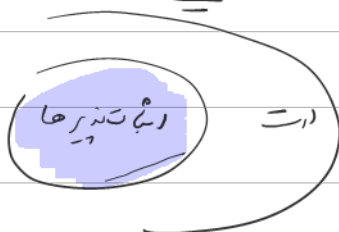
$$\theta = K(K \varphi) \rightarrow K \varphi$$

منطق سبب به یاد رکس دروغگو.

$$\left. \begin{array}{l} \text{نقشه نامعانات اول گودل} \\ \varphi \leftrightarrow \neg \Box \varphi \\ \text{ن اثبات پذیر نیست: } \varphi \end{array} \right\}$$

+

φ در اعداد طبیعی درست است.



در نظریه اعداد مرتبه اول

(حرف شده موردی که به اندازه حساب قوی است)