

منطق‌ها غیر کلاسیک

جله 1

modal operator
عکس جهت
وجهه

$\Box \varphi$ $\Diamond \varphi$

$\Box \varphi$: باید که φ

$\Diamond \varphi$: می‌تواند که φ

(1) تعریف فرضیه $\langle \mathcal{O}, \mathcal{M} \rangle$ یک همبستگی برقرار باشد.

$\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n \in \mathcal{O}$

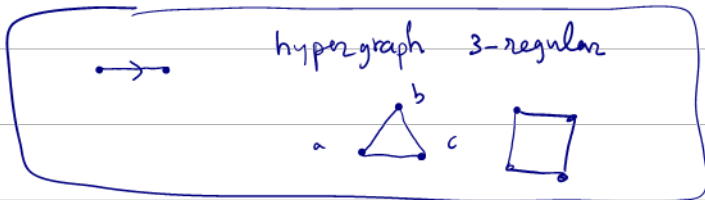
$\mathcal{M}: \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{M}$ مینویسد بر روی
شکل‌ها

(ج-قاب)

$\mathcal{F} = \langle W, \{R_\Delta\}_{\Delta \in \mathcal{O}} \rangle$ یک قاب در همبستگی $\mathcal{C}$ می‌باشد.

زمانی که $w \neq \emptyset$ و R_Δ یک رابطه $(\mathcal{M}(\Delta) + 1)$ -برقرار باشد.

$\Delta_i: \text{برقرار} \rightarrow R_\Delta$ (n-برقرار)



$\langle W, R_{\Delta_1}, \dots, R_{\Delta_n} \rangle$

$\langle W, R_\Delta \rangle_{\Delta \in \mathcal{O}}$



(2) یک مدل متعلق از یک ج-قاب و یک ارزش درستی:

$\mathcal{M} = \langle \mathcal{F}, \mathcal{V} \rangle$
 $\mathcal{V}: \Phi \rightarrow \mathcal{P}(W)$

(3) صدق یک ج-مدل به شکل استقرائی تعیین می‌شود:

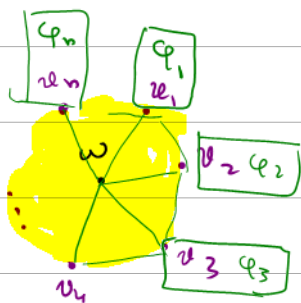
همه بنده‌ها این تعیین دنیا شبیه به تعیین صدق در مدل‌ها منطق جهت پایه است
بجز نه آخر نه به شکل زیر تعیین می‌شود:

$\mathcal{M}, w \models p \iff w \in \mathcal{V}(p)$

$\mathcal{M}, w \models \neg \varphi \iff$ نه به نقل

$\mathcal{M}, w \models \varphi \vee \psi \iff$ نه به نقل

(*) $\mathcal{M}, w \models \Delta(\varphi_1, \dots, \varphi_n) \iff$ عناصر $w_1, \dots, w_n \in W$ به هم می‌نویسد



که $Rw, \dots, w_n$ و بازه

$n, \dots, 1$ را داشته باشیم

$$m, w_i \Vdash \varphi_i$$

$$m, w \Vdash \Delta \varphi \Leftrightarrow \exists w \in W, R w, w$$

$$m, w \Vdash \varphi$$

$$m, w \Vdash \nabla (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$$

منکر

$$\Leftrightarrow m, w \Vdash \neg \Delta (\neg \varphi_1, \dots, \neg \varphi_n)$$

$\Leftrightarrow$

استند باشد که عناصر $w_1, \dots, w_n \in W$ هست که

$R w, w_i$ و معادلات در هر w_i

$\neg \varphi_i$ درست باشد.

$\Leftrightarrow$

به ازای هر $w_1, \dots, w_n \in W$ که $R w, w_i$

مداخل یک $n, \dots, 1$ باشد که

$$m, w_i \Vdash \varphi_i$$

تذکره. اگر w در هیچ $(n+1)$ -تایی از رابطه R_Δ در یک شبکه، آنگاه بازه $\varphi_1, \dots, \varphi_n$

$$m, w \not\Vdash \Delta (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$$

$$m, w \Vdash \nabla (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$$

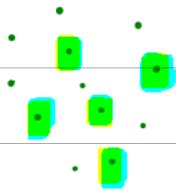
میران، w را جهان در نظر گرفت که از نظر رابطه R_Δ یک افتاد است.

(از منظر عملگر محبت Δ ، دسترسی به هیچ جهان دیگر ندارد.)

$$\begin{cases} m, w \not\Vdash \Delta \varphi \\ m, w \Vdash \Box \varphi \end{cases} \quad \begin{array}{c} \boxed{\varphi} \\ w \xrightarrow{R} \cdot \end{array} \quad \Delta \varphi$$

$$R_\Delta \subseteq W$$

نظریه: اگر $\Delta(\phi) = 0$ آنگاه R_Δ رابطۀ تبیینی است.



$$M, \omega \models \Delta \iff \omega \in R_\Delta$$

می‌توان Δ تبیینی نوعی از روابط جهت در نظر گرفت.
model constraints

$$M = \langle \mathcal{F}, \mathcal{V} \rangle$$

مثال:

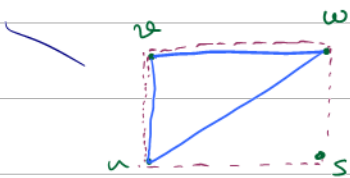
$$\mathcal{F} \begin{cases} \Delta: \text{دو تایی} \\ \Box: \text{سه تایی} \end{cases}$$

$$\mathcal{R} \begin{cases} R_\Delta: \text{رابطه سه تایی روی } W \\ R_\Box: \text{رابطه چهار تایی روی } W \end{cases}$$

$$\mathcal{F} = \langle W, R_\Delta, R_\Box \rangle$$

$$W = \{u, v, w, s\}, \quad R_\Delta = \{(\omega, v, u)\} \subseteq W^3$$

$$R_\Box = \{(\omega, v, u, s)\} \subseteq W^4$$

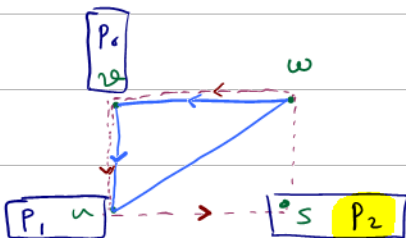


$$\Phi = \{p_0, p_1, p_2\}$$

$$M = \langle \mathcal{F}, \mathcal{V} \rangle$$

$$\mathcal{V}: \Phi \rightarrow \mathcal{P}(W)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(p_0) &= \{v\} \\ \mathcal{V}(p_1) &= \{u\} \\ \mathcal{V}(p_2) &= \{s\} \end{aligned}$$



$$M, \omega \models \varphi: \text{نشان می‌دهیم که}$$

ابتدا قدر:

$$M, \omega \models \Delta(p_0, p_1)$$

تبدیل می‌شود

$$\exists v, v_2 \in W, R_\Delta \omega v v_2,$$

$$M, v_0 \models p_0, M, v_1 \models p_1$$

$$M, \omega \models \Delta(p_0, p_1)$$

$$M, \omega \not\models \Delta(p_1, p_0) \quad (r)$$

$$R_\Delta = \{(\omega, v, u)\}$$

$$(v, w, u) \notin R_\Delta$$

- $R_{\omega v_0 v_1}$ لازم برای فرمول (۳) وجود دارد یعنی آنست که

$$\begin{cases} m, v_0 \Vdash p_1 \\ m, v_0 \Vdash p_0 \end{cases}$$

نکته: ω باید در سلسله سبب ω باشد، یعنی ω رتبه ۰ است که p_0 در ω و p_1 در ω برقرار باشد.

$$m, \omega \Vdash \Box (p_0, p_1, p_2)$$

تعریف:

تعریف شده

$$\Leftrightarrow \exists v_0, v_1, v_2 \in \omega, R_{\omega v_0 v_1 v_2}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m, v_0 \Vdash p_0 \\ m, v_1 \Vdash p_1 \\ m, v_2 \Vdash p_2 \end{cases}$$

نکته ۴: اگر ω در سلسله سبب ω باشد، یعنی ω رتبه ۰ است که

که p_0 در ω و p_1 در ω برقرار است

آنگاه ω در سلسله سبب ω نیز

یعنی رتبه ۰ است که به ترتیب p_0, p_1, p_2 در

v_0, v_1, v_2 برقرار باشد.

توجه: در حالت کلی ترتیب ظهور کردن فرمول در سبب عملگر جهت نتیجه از بالا به پایین اهمیت دارد.

نقشه

$$\forall x \forall y (R(x, y) \leftrightarrow R(y, x))$$

$$R \subseteq W^2$$



$$\forall x \forall y \forall z (R(x, y, z) \rightarrow (R(y, x, z) \wedge R(z, x, y) \wedge R(x, z, y) \wedge R(y, z, x) \wedge R(z, y, x)))$$

hyper symmetric

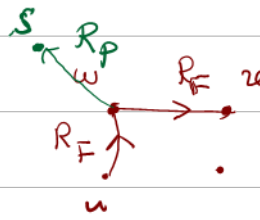


$$\{x, y, z\}$$

آینده
گذشته
ح { F: آینده
P: گذشته

$F\varphi$

$P\varphi$



$$\forall w s (R_p w s \rightarrow R_s w F)$$

ج-قاب { R_F : درونی
 R_P : ...

bidirectional
قاب درونی
قاب بیرونی

R^v

تعریف ۱. قاب به شکل $\langle T, R, R^{-1} \rangle$ را یک قاب درونی می‌نامیم.

$$\forall n \forall y (R(n, y) \rightarrow R^{-1}(y, n))$$

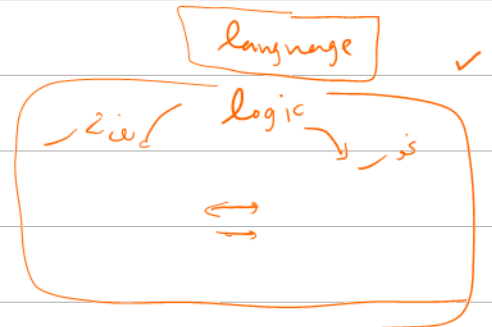
توجه: از این به بعد ما B.T.L را تنها در قاب‌ها درونی به کار می‌بریم.

(۲) مدل که در یک قاب درونی تعریف شده است را یک مدل درونی می‌نامیم.

$$M = \langle T, R, R^{-1}, V \rangle:$$

$$m, t \models F\varphi \Leftrightarrow \exists s (Rts \wedge m, s \models \varphi)$$

$$m, t \models P\varphi \Leftrightarrow \exists s (\underset{Rst}{R^{-1}ts} \wedge m, s \models \varphi)$$



علاوه بر آن
 R^{-1} را حذف کرد.

$$M = \langle T, R, V \rangle$$

$$m, t \models F\varphi \Leftrightarrow \exists s (Rts \wedge m, s \models \varphi)$$

$$m, t \models P\varphi \Leftrightarrow \exists s (Rst \wedge m, s \models \varphi)$$