

منطق ریاض
جلد ۱

Decidability:

(تصمیم‌پذیری) (بیم‌پذیری)

تعریف: α تصمیم‌پذیر است، اگر α decidable باشد، یعنی هنگامی که می‌توانیم حل آن را الگوریتم وجود داشته باشد.

to decide: to determine

مثال: تعریف دقیق ریاض الگوریتم چیست؟

مثال: x/y ؟ در اعداد طبیعی

0 1 2 3 ... n

y

$x \leq y$ ؟

n عدد اول است ؟

0 1 2 3 ...

n

$n \neq 0$

$n \neq 1$

دسترسی خنثی مهم نیست: حل تعداد متناهی دستورالعمل است.

دسترسی یعنی رابطه عدد طبیعی

سوال: آیا یک عدد طبیعی با دسترسی مورد نظر وجود دارد؟

؟
 $\vdash \alpha$

α, β

$p \rightarrow (q \rightarrow p) \dots$

$p \rightarrow (p \rightarrow q)$

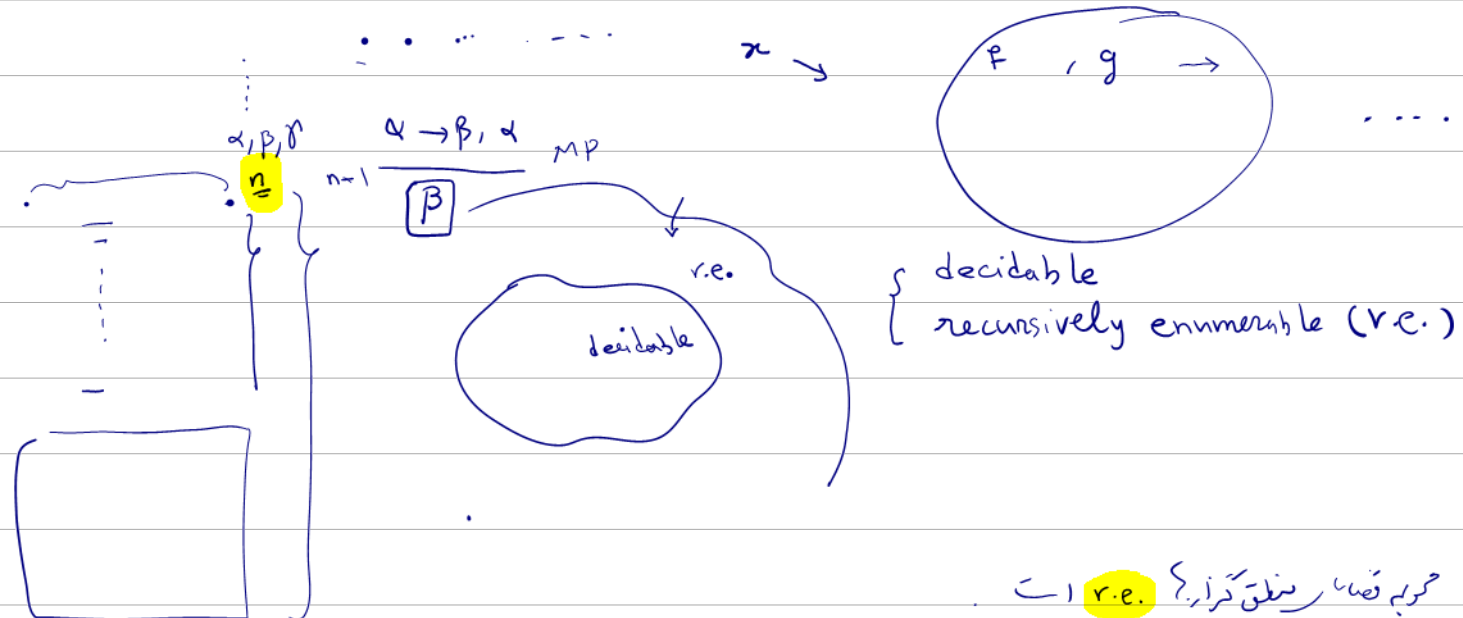
$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow q))$

0 1 2 3 4 5 ...

1

$\frac{n}{2}$ $\frac{n}{2} \rightarrow \frac{n}{2}$ $32+1$ g

$f \rightarrow$



حکیم قضایا منطق گزاره؟ **r.e.** است

یعنی **الگوریتم** به دست دادن قضایا منطق گزاره وجود دارد؟

$$\alpha \stackrel{10m}{=}$$

$$\dots \alpha \stackrel{f(m)}{=} m$$

سوال ۱ آیا الگوریتم وجود دارد که فرمول داده شد α را به عنوان

ورد در ریاضت کند، شروع به کار کند. **سند** شود

به ما پاسخ **بله** یا خیر درباره قضیه بودن یا نبودن α بدهد؟

$$\models \alpha$$

کوکوز هست یا نه؟

$$\begin{array}{c} P_1, P_2, \dots, P_n \quad \alpha \\ \hline T \dots \\ \vdots \\ F \end{array}$$

$$\models \alpha \Leftrightarrow \vdash \alpha$$

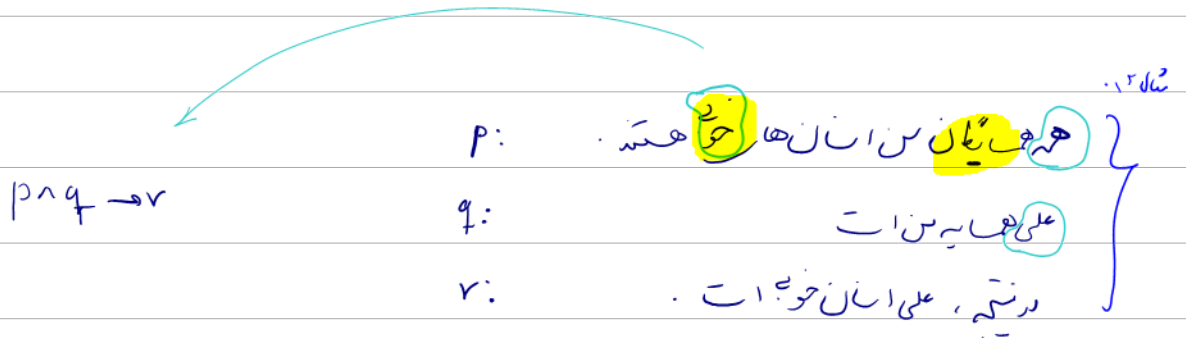
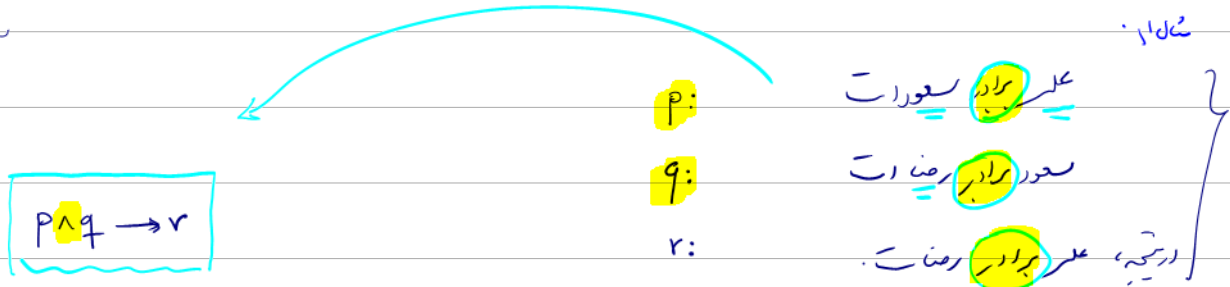
تایید

به خاطر قضایا **صحت** و **تایید**، جد کردن قضیه بودن یا نبودن α

نیز شده **تایید** است
 decidable

منطق رتبه اول First-order logic (Predicate Logic)

Calculus
propositional logic
(منطق رتبه صفر)
منطق گزاره



زادیه سال ۱

$R(x, y)$: y برابر x

$R(c_1, c_2) \wedge R(c_2, c_3) \rightarrow R(c_1, c_3)$
 c_1 : علیه
 c_2 : سعور
 c_3 : رفیات

زادیه سال ۲
 $P(x)$: x انسان خوش است
 $R(x, y)$: x علیه های انسان

$R(c_1, c_2) \wedge R(c_2, c_3) \rightarrow R(c_1, c_3)$

جهان همه انسان ها

$\forall x (R(x, c_1) \rightarrow P(x))$

$R(c_2, c_1)$

$P(c_2)$

$\rightarrow P_1'(c_2) \wedge R_2'(c_2, c_1)$

c_1 : انسان
 c_2 : علیه

$P_1'(x)$: x انسان است

$P_2'(x_1)$: x_1 خوش است

$R_2'(x_1, x_2)$: x_1 علیه های انسان

$\forall x (P_1'(x) \wedge R_2'(x, c_1) \rightarrow P_2'(x))$

زبان منطق رتبه اول: مثال

$$\{ \neg, \rightarrow, \wedge, \vee, \leftrightarrow, (,) \}$$

$$x, y, z, n, m, n', y', \dots$$

$$c, d, c', d', \dots$$

$$x_1, x_2, x_3, \dots$$

$$c_1, c_2, c_3, \dots$$

شماره‌های نام متغیرها

(Constant symbols) نماد ثابت

به ازای هر n ، n متغیر نام

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1^1, f_2^1, f_3^1, \dots \\ f_1^2, f_2^2, f_3^2, \dots \\ \vdots \\ f_1^n, f_2^n, f_3^n, \dots \\ \vdots \end{array} \right.$$

مثلاً: در هر صورت ساختار باید به داده‌ها اشاره داشته باشد

از همی زبان منطق رتبه اول استفاده می‌کنیم

سپه به موضوع مورد بررسی آن بخش که مناسب آن موضوع است را بکار می‌آوریم.

به ازای هر n ، n متغیر نام

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1^1, P_2^1, P_3^1, \dots \\ P_1^2, P_2^2, P_3^2, \dots \\ \vdots \\ P_1^n, P_2^n, P_3^n, \dots \end{array} \right.$$

(predicate)

$$P(x)$$

مثال: حاصل جمع خود حقیقت با صفر برابر خود آن اعداد و

ضمیمه: در مجموع توزیع پذیر است

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x (x + 0 = x) \\ \forall n \forall y \forall z (n \cdot (y + z) = n \cdot y + n \cdot z) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1^2: \text{معدت در} \\ P_1^2: \text{مجموع اعداد حقیقی} \\ P_2^2: \text{معدت} \\ c_1: \text{صفر} \end{array} \right.$$

$$\forall x (f_1^2(x, c_1) = x) \wedge \forall x \forall y \forall z (f_2^2(x, f_1^2(y, z)) = f_1^2(f_2^2(x, y), f_2^2(x, z)))$$

$$\forall n P(f_1^2(n, c_1), n)$$

$$P(\quad, \quad)$$